



Tableau 3-05 Poutre droite - appuis dénivelés

	Réaction des appuis	Effort tranchant	Moment de flexion	Flèche	Angle de rotation par la flexion
Po-59. Poutre droite à deux extrémités encastrées 	$R_A = -R_B$ $= \frac{12EI d}{L^3}$	V	M_{max} $M_x = -\frac{6EI d}{L^3}(L-2x)$ $M_A = -M_B$ $= -\frac{6EI d}{L^2}$	f f_{max} $f_x = \frac{dx^2}{L^2}(3L-x)$	θ $\theta_A = \theta_B = 0$
Po-60. Poutre droite appuyée sur deux appuis simples dénivelés 	$R_A = 0$ $R_B = 0$	$V_x = 0$	$M_x = 0$	$f_x = \frac{d}{L} x$	$\theta_A = \theta_B = \frac{d}{L}$

I moment d'inertie
 M_A, M_B moment d'encastrement

E module d'élasticité

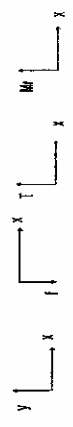


Tableau 3-08 Poutre continue droite à trois travées

	Réaction des appuis <i>R</i> en <i>N</i>	Moment de flexion en travée <i>M_{AB}</i> <i>M_{BC}</i> Moment de flexion sur les appuis <i>M_A</i> <i>M_B</i> <i>M_C</i> en <i>N.mm</i>	Flèche <i>f</i> en <i>mm</i>
P0-71 Charge concentrée 	$R_A = 0,350P$ $R_B = 1,150P$ $R_C = 1,150P$ $R_D = 0,350P$	$M_B = -0,150PL$ $M_C = -0,150PL$ $M_{\max(AB)} = 0,175PL$ $M_{\max(BC)} = 0,100PL$	$f_{\max(AB)} = 0,0115 \frac{PL^3}{EI}$ $f_{\max(BC)} = 0,0021 \frac{PL^3}{EI}$
P0-72 Charge concentrée 	$R_A = 0,425P$ $R_B = 0,575P$ $R_C = 0,575P$ $R_D = 0,425P$	$M_B = -0,075PL$ $M_C = -0,075PL$ $M_{\max(AB)} = 0,212PL$ $M_{\max(BC)}$	$f_{\max(AB)} = 0,0162 \frac{PL^3}{EI}$ $f_{\max(BC)}$

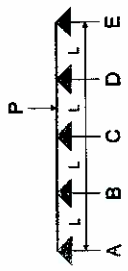
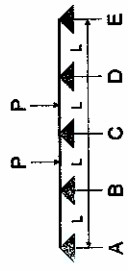
I moment d'inertie
P charge concentrée

E module d'élasticité
q charge uniformément répartie

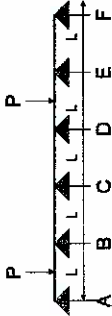
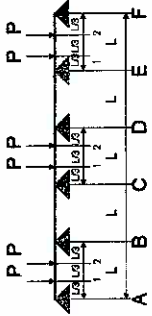
	Réaction des appuis R	Effort tranchant V	Moment de flexion en travée M_{AB} M_{BC} Moment de flexion sur les appuis M_A M_B M_C
<p>Po-76. Charge concentrée</p>	$R_A = 0,867P$	$V_{A-\max} = 0,867P$	$M_B = -0,133PL$ $M_{\max(AB)1} = 0,289PL$ $M_{\max(AB)2} = 0,244PL$ $M_{\min(BC)1} = -0,133PL$ $M_{\min(BC)2} = -0,133PL$
<p>Po-77. Charge concentrée</p>	$R_A = -0,133P$	$V_{A-\min} = -0,133P$	$M_B = -0,133PL$ $M_{\min(AB)1} = -0,044PL$ $M_{\min(AB)2} = -0,089PL$ $M_{\max(BC)1} = 0,200PL$ $M_{\max(BC)2} = 0,200PL$

← E module d'élasticité
 q charge uniformément répartie

I moment d'inertie
 P charge concentrée

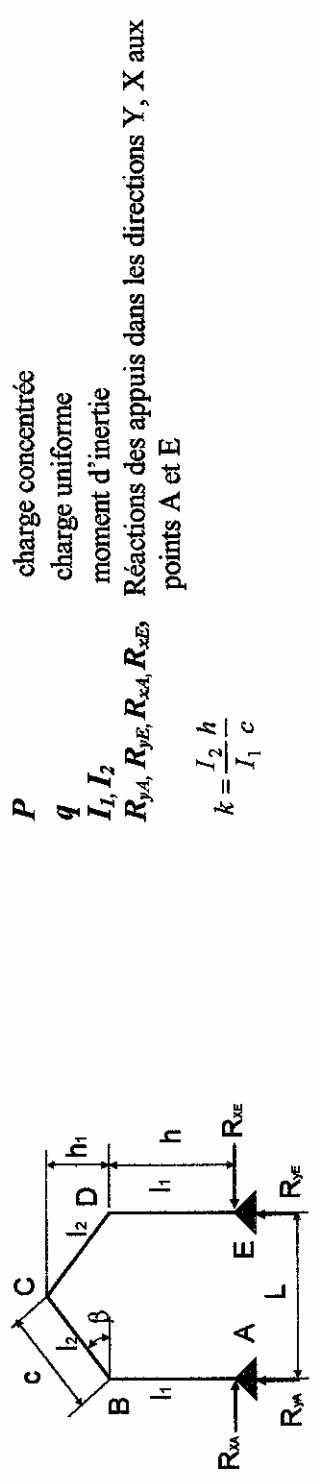
	Réaction des appuis R	Effort tranchant V	Moment de flexion en travée $M_{AB} M_{BC}$ Moment de flexion sur les appuis $M_A M_B M_C$
Po-80 Charge concentrée 	$R_{B \min} = -0,121P$	$V'_{B \max} = 0,020P$ $V_{B \min} = -0,100P$	$M_{A-\max} = 0,020PL$ $M_B = -0,080PL$ $M_C = -0,074PL$
Po-81 Charge concentrée 	$R_{C \max} = 1,214P$	$V'_{C \min} = -0,607P$	$M_B = -0,054PL$ $M_{C \min} = -0,161PL$

I moment d'inertie
 P charge concentrée
 E module d'élasticité
 q charge uniformément répartie

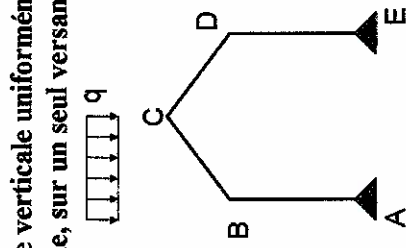
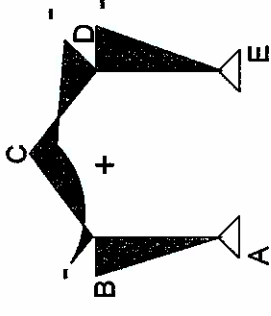
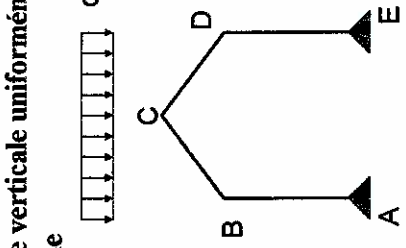
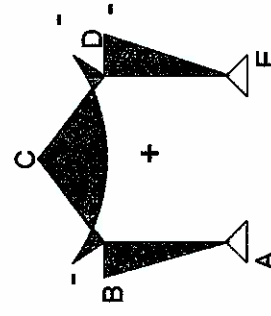
	Réaction des appuis R	Effort tranchant V	Moment de flexion en travée $M_{AB} M_{BC}$ Moment de flexion sur les appuis $M_A M_B M_C$
Po-86 Charge concentrée 	$R_{C \min} = -0,0291P$	$V_{C \max} = 0,154P$ $V_C = -0,136P$	$M_B = -0,106PL$ $M_{C \max} = 0,048PL$ $M_D = -0,088PL$ $M_E = -0,072PL$
Po-87 Charge concentrée 	$R_A = 0,860P$	$V_A = 0,860P$	$M_B = -0,140PL$ $M_C = -0,105PL$ $M_{(AB)1 \max} = 0,278PL$ $M_{(AB)2 \max} = 0,240PL$ $M_{(BC)1 \min} = -0,129PL$ $M_{(BC)2 \min} = -0,117PL$ $M_{(CD)1 \max} = 0,228PL$ $M_{(CD)2 \max} = 0,228PL$

I moment d'inertie
 P charge concentrée
 E module d'élasticité
 q charge uniformément répartie

Tableau 4-08 Portique articulé, à traverse brisée

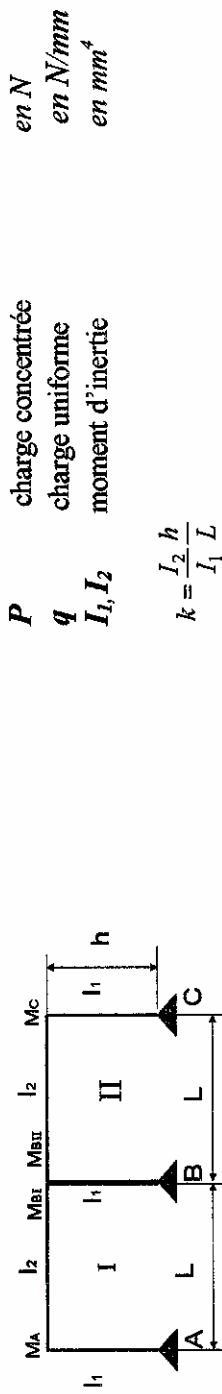


	Charge	Moment de flexion M
Fo-120		$R_{yA} = \frac{Pb}{L}$ $R_{yE} = \frac{Pa}{L}$ $R_{xA} = \frac{Pa}{4I_2} \cdot \frac{6hbL + h_1(3L^2 - 4a^2)}{N}$ $R_{xE} = R_{xA}$ $M_B = M_D = -hR_{xA}$ $M_C = aR_{yA} - R_{xA} \left(h + \frac{2h_1 a}{L} \right)$ $M_E = \frac{Pa}{2} - R_{xA} (h + h_1)$

	Charge uniforme q	Moment de flexion M	
<p>Po-121</p> <p>Charge verticale uniformément répartie, sur un seul versant</p> 		$R_{y_A} = \frac{3qL}{8}$ $R_{y_B} = \frac{qL}{8}$ $R_{x_A} = \frac{qL^2}{64} \cdot \frac{8h+5h_1}{N}$ $R_{x_B} = R_{x_A}$ $M_B = M_D = -hR_{x_A}$ $M_C = R_{y_B} \frac{L}{2} - R_{x_A} (h+h_1)$	
<p>Po-122</p> <p>Charge verticale uniformément répartie</p> 		$R_{y_A} = R_{y_B} = \frac{qL}{2}$ $R_{x_A} = R_{x_B} = \frac{qL^2}{32} \cdot \frac{8h+5h_1}{N}$ $M_B = M_D = -hR_{x_A}$ $M_C = \frac{qL^2}{8} - R_{x_A} (h+h_1)$	

1.3 Portiques multiples

Tableau 4-09 Portique articulé à deux travées



P charge concentrée
en N

q charge uniforme
en N/mm

I_1, I_2 moment d'inertie
en mm^4

$$k = \frac{I_2 \cdot h}{I_1 \cdot L}$$

	Charge uniforme q	Moment de flexion M
P0-125		
		$k = \frac{I_2 \cdot h}{I_1 \cdot L}$ $M_A = M_C = -0,25\lambda_1 q L^2$ $M_{BI} = M_{BII} = -0,25\lambda_2 q L^2$

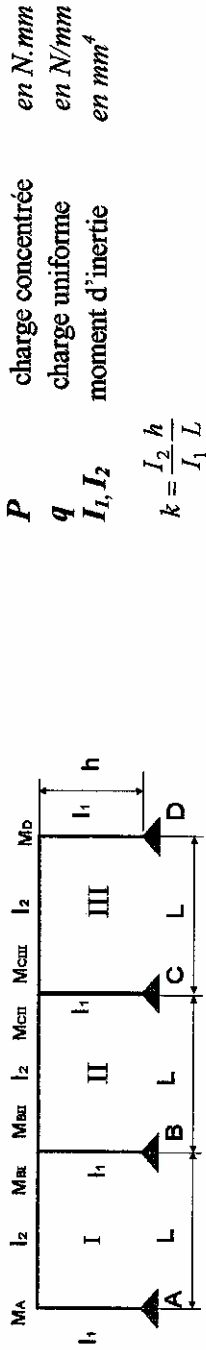
Valeur de λ_1, λ_2

k	0,05	0,1	0,2	0,3	0,33	0,4	0,5	0,6	0,75	0,10
λ_1	0,3125	0,2941	0,2632	0,2381	0,2315	0,2174	0,2000	0,1852	0,1667	0,1429
λ_2	0,3438	0,3529	0,3684	0,3810	0,3843	0,3913	0,4000	0,4074	0,4167	0,4286

k	1,25	1,50	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	5,0	6,0
λ_1	0,1250	0,1111	0,0909	0,0769	0,0667	0,0588	0,0526	0,0435	0,0370
λ_2	0,4375	0,4444	0,4545	0,4615	0,4667	0,4706	0,4737	0,4783	0,4815

P143

Tableau 4-10 Portique articulé à trois travées



P charge concentrée en $N \cdot mm$

q charge uniforme en N/mm

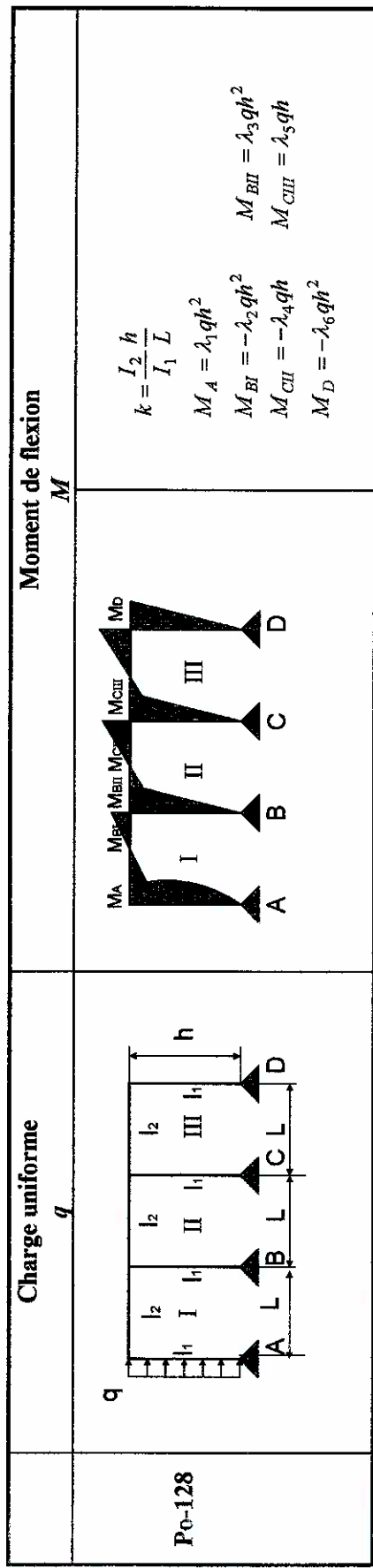
I_1, I_2 moment d'inertie en mm^4

$$k = \frac{I_2 \cdot h}{I_1 \cdot L}$$

Pe-127	Charge uniforme q		Moment de flexion M	
	l_1	l_2	l_1	l_2
	M_A	M_{BI}	M_{CII}	M_{CIII}
	M_{BD}	M_D		
	M_A	M_{BI}	M_{CII}	M_{CIII}
	M_{BD}	M_D		
	M_A	M_{BI}	M_{CII}	M_{CIII}
	M_{BD}	M_D		

Valeur de $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$

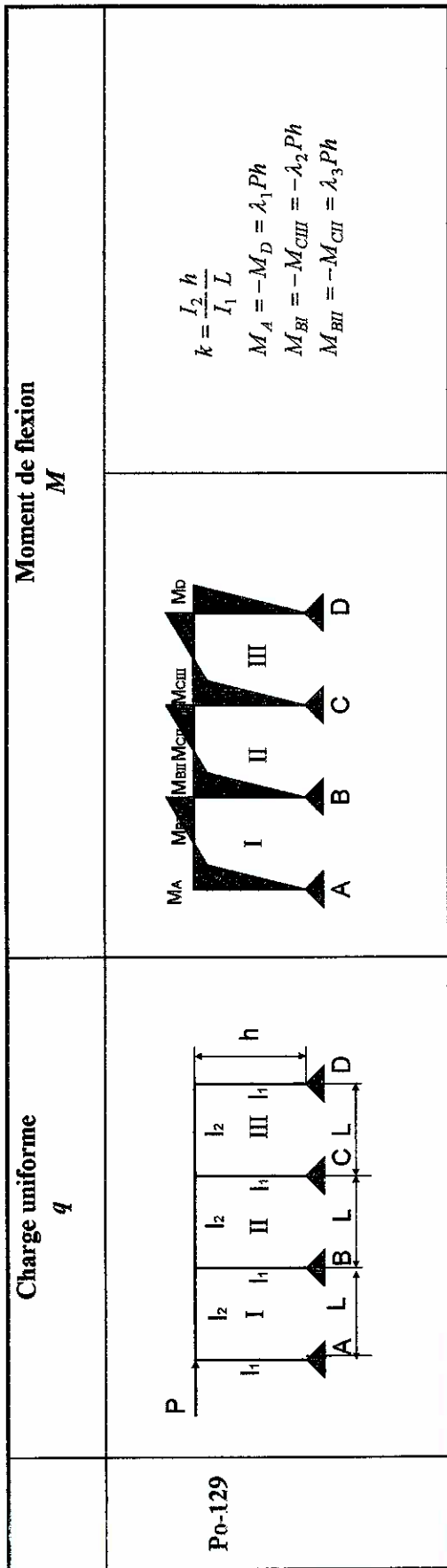
k	0,05	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,75	0,10
λ_1	0,3128	0,2951	0,2658	0,2424	0,2231	0,2069	0,1930	0,1754	0,1525
λ_2	0,3431	0,3508	0,3620	0,3697	0,3754	0,3793	0,3825	0,3860	0,3898
λ_3	0,3336	0,3344	0,3367	0,3394	0,3423	0,3446	0,3474	0,3509	0,3559
k	1,25	1,50	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	5,0	6,0
λ_1	0,1351	0,1212	0,1007	0,0861	0,0753	0,0669	0,0601	0,0501	0,0429
λ_2	0,3923	0,3939	0,3960	0,3971	0,3978	0,3983	0,3987	0,3990	0,3993
λ_3	0,3601	0,3636	0,3691	0,3732	0,3764	0,3788	0,3808	0,3839	0,3861



Valeur de $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, \lambda_5, \lambda_6$

k	0,05	0,1	0,2	0,3	0,33	0,4	0,5	0,6	0,75	0,10
λ_1	0,0801	0,0774	0,0729	0,0693	0,0683	0,0663	0,0638	0,0617	0,0589	0,0554
λ_2	0,0815	0,0801	0,0780	0,0765	0,0761	0,0754	0,0747	0,0741	0,0734	0,0727
λ_3	0,0827	0,0823	0,0818	0,0815	0,0815	0,0814	0,0811	0,0813	0,0814	0,0816
λ_4	0,0826	0,0819	0,0805	0,0792	0,0789	0,0780	0,0773	0,0761	0,0748	0,0732
λ_5	0,0852	0,0866	0,0887	0,0901	0,0905	0,0912	0,0919	0,0925	0,0932	0,0939
λ_6	0,0878	0,0917	0,0982	0,1034	0,1047	0,1077	0,1112	0,1143	0,1181	0,1232

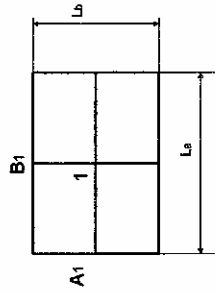
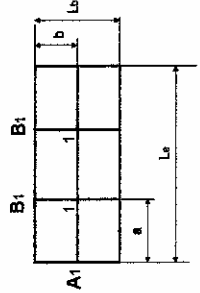
k	1,25	1,50	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	5,0	6,0
λ_1	0,0526	0,0505	0,0473	0,0449	0,0433	0,0419	0,0409	0,0393	0,0381
λ_2	0,0723	0,0719	0,0716	0,0713	0,0712	0,0711	0,0711	0,0710	0,0709
λ_3	0,0818	0,0821	0,0825	0,0828	0,0831	0,0833	0,0835	0,0838	0,0840
λ_4	0,0718	0,0707	0,0691	0,0678	0,0669	0,0663	0,0657	0,0648	0,0642
λ_5	0,0943	0,0947	0,0950	0,0953	0,0954	0,0955	0,0955	0,0956	0,0957
λ_6	0,1270	0,1301	0,1345	0,1377	0,1401	0,1419	0,1433	0,1455	0,1471



Valeur de $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$

k	0,05	0,1	0,2	0,3	0,33	0,4	0,5	0,6	0,75	0,10
λ_1	0,1719	0,1765	0,1842	0,1905	0,1921	0,1957	0,2000	0,2038	0,2083	0,2143
λ_2	0,1667	0,1667	0,1667	0,1667	0,1667	0,1667	0,1667	0,1667	0,1667	0,1667
λ_3	0,1615	0,1569	0,1491	0,1429	0,1412	0,1377	0,1333	0,1296	0,1250	0,1190
k	1,25	1,50	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	5,0	6,0	
λ_1	0,2188	0,2222	0,2273	0,2308	0,2333	0,2353	0,2368	0,2391	0,2407	
λ_2	0,1667	0,1667	0,1667	0,1667	0,1667	0,1667	0,1667	0,1667	0,1667	
λ_3	0,1146	0,1111	0,1061	0,1026	0,1000	0,0980	0,0965	0,0942	0,0926	

Tableau 4-12 Poutres croisées

		Nombre de poutres A m	Nombre de poutres B n	Charge appliquée sur les poutres A, B P_A P_B	Poutre	Moments fléchissants dans les principales sections de la poutre M	Efforts tranchants aux appuis V
Po-131	 <p>$L_a = 2a$ $L_b = 2b$</p>	$m = 1$	$n = 1$	$P = P_A + P_B$ $P_A = \frac{b^3}{a^3 + b^3} P$	poutre A ₁ poutre B ₁	$M_{A1-1} = \frac{b^3}{4(a^3 + b^3)} PL_a$ $M_{B1-1} = \frac{a^3}{4(a^3 + b^3)} PL_b$	$V_{A1} = \frac{b^3}{2(a^3 + b^3)} P$ $V_{B1} = \frac{a^3}{2(a^3 + b^3)} P$
				$P_B = \frac{a^3}{a^3 + b^3} P$	pour $a/b = 1$ poutre A ₁ poutre B ₁	$M_{A1-1} = 0,125PL_a$ $= 0,125PL_b$ $M_{B1-1} = 0,125PL_b$	$V_{A1} = 0,250P$ $V_{B1} = 0,250P$
Po-132	 <p>$L_a = 3a$ $L_b = 2b$</p>	$m = 1$	$n = 2$	$P = P_A + P_B$ $P_A = \frac{b^3}{5a^3 + b^3} P$ $P_B = \frac{5a^3}{5a^3 + b^3} P$	poutre A ₁ poutre B ₁	$M_{A1-1} = \frac{b^3}{3(5a^3 + b^3)} PL_a$ $M_{B1-1} = \frac{5a^3}{5(5a^3 + b^3)} PL_b$	$V_{A1} = \frac{b^3}{5a^3 + b^3} P$ $V_{B1} = \frac{5a^3}{2(5a^3 + b^3)} P$
					pour $a/b = 1$ poutre A ₁ poutre B ₁	$M_{A1-1} = 0,055PL_a$ $= 0,083PL_b$ $M_{B1-1} = 0,208PL_b$	$V_{A1} = 0,167P$ $V_{B1} = 0,417P$

P charge à chaque nœud P_A et P_B charges respectives sur les poutres A et B $P = P_A + P_B$

1. PLAQUES CIRCULAIRES A EPAISSEUR CONSTANTE et $\nu=0.3$

	Contrainte normale σ	Flèche f
<p>cas Pl-1. plaque uniformément chargée, à bord simplement appuyé</p>	$\sigma_r = \mp 1,24(1 - c_2^2) c_1^2 q$ $\sigma_r = \mp 1,24(1 - 0,576c_2^2) c_1^2 q$ $\sigma_{\max} = (\sigma_r)_{c_2=0} = (\sigma_r)_{c_2=1} = \mp 1,24 c_1^2 q$	$f = 0,171(1 - c_2^2)(4,08 - c_2^2) c_1^4 \frac{qe}{E}$ $f_{\max} = (f)_{c_2=0} = 0,696 \frac{qe}{E} c_1^4$
<p>cas Pl-2. plaque uniformément chargée, à bord encastré</p>	$\sigma_r = \mp(0,488 - 1,24 c_2^2) c_1^2 q$ $\sigma_r = \mp(0,488 - 0,713 c_2^2) c_1^2 q$ $\sigma_{\max} = (\sigma_r)_{c_2=1} = \pm 0,750 c_1^2 q$	$f = 0,171(1 - c_2^2)^2 c_1^4 \frac{qe}{E}$ $f_{\max} = (f)_{c_2=0} = 0,171 \frac{qe}{E} c_1^4$

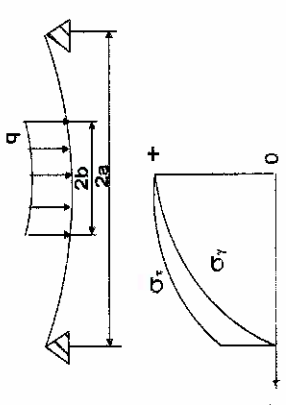
$$c_1 = \frac{a}{e}, \quad c_2 = \frac{r}{a}, \quad c_3 = \frac{b}{a}$$

σ_r : la contrainte normale dirigée suivant un rayon

σ_t : la contrainte normale dirigée suivant la tangente aux circonférences concentriques à la plaque

E module d'élasticité e épaisseur de la plaque q charge unitaire

P204

	Contrainte σ	Flèche f
<p>Cas Pl-3. plaque supportant une charge uniformément répartie à l'intérieur du cercle concentrique à bord simplement appuyé</p> 	<p>en cas où $0 \leq c_2 \leq c_3$</p> $\sigma_r = \mp (1,5c_3^2 - 0,263c_3^4 - 1,95c_3^2 \ln c_3 - 1,24c_2^2) c_1^2 q$ $\sigma_t = \sigma_r + 0,525c_1^2 q c_2^2$ <p>en cas où $c_3 \leq c_2 \leq 1$</p> $\sigma_r = \mp \left[0,263 \left(\frac{1}{c_2^2} - 1 \right) c_3^4 - 1,95c_3^2 \ln c_2 \right] c_1^2 q$ $\sigma_t = \mp \left[-1,5c_3^2 - 0,263 \left(\frac{1}{c_2^2} + 1 \right) c_3^4 - 1,95c_3^2 \ln c_2 \right] c_1^2 q$ <p>en cas où $c_2 = 0$</p> $\alpha = 1,5c_3^2 - 0,263c_3^4 - 1,95c_3^2 \ln c_3$ $\sigma_r = \sigma_t = \mp \alpha c_1^2 q$	<p>en cas où $0 \leq c_2 \leq c_3$</p> $f = \left[0,171c_2^4 - (1,05 - 0,184c_3^2) c_2^2 c_3^2 + 1,37 \frac{c_2^2}{c_3^2} + 0,683 c_3^4 \ln c_3 + 1,73c_3^2 - 1,04c_3^4 \right] c_1^4 \frac{qe}{E}$ <p>en cas où $c_3 \leq c_2 \leq 1$</p> $f = \left[0,263(1 - c_2^2) \left(\frac{6,6}{c_3^2} - 0,3 \right) + 0,683 \left(1 + \frac{2c_2^2}{c_3^2} \right) \ln c_2 \right] \frac{c_3^4 c_1^4 qe}{E}$ <p>au centre $c_2 = 0$</p> $\beta = 1,73c_3^2 - 1,04c_3^4 + 0,683c_3^4 \ln c_3$ $f = f_{\max} = \beta \cdot c_1^4 \frac{qe}{E}$

$c_1 = \frac{a}{e}$, $c_2 = \frac{r}{a}$, $c_3 = \frac{b}{a}$ E module d'élasticité e épaisseur de la plaque q charge unitaire
 σ_r la contrainte normale dirigée suivant un rayon
 σ_t la contrainte normale tangente aux circonférences du centre de la plaque

c_3	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
α	0,060	0,185	0,344	0,519	0,697	0,865	1,013	1,137	1,209	1,238
β	0,017	0,066	0,141	0,235	0,338	0,444	0,542	0,622	0,678	0,696