TIGE EC2
avec prise en compte fluage non linéaire et traction du béton dans les aciers

1. Données du problème

version 2 janvier 2008

1.0 Convention de présentation

Les données sont présentées sous forme de tableau de la façon suivante :

Notation	(unité)	Désignation Commentaire	Exemple numérique

Constantes utilisées : $kN := 1000 \cdot newton$ $MPa := 10^{6} \cdot Pa$ $TRUE := 1$

1.1 Données matériau

$MN := 1000 \cdot kN$

f_{ck}	(MPa)	résistance caractéristique à 28 jours	$f_{ck} := 30 \cdot MPa$
f_{yk}	(MPa)	acier: limite d'élasticité	$f_{yk} := 500 \cdot MPa$
classeacier		classe de l'acier (A, B ou C)	classeacier := "B"

γ_c	Coefficient partiel du béton	$\gamma_c := 1.5$	(1.2 en accidentel)
γ_s	Coefficient partiel de l'acier	$\gamma_s := 1.15$	1.15 en accidentel)
ϕ	Coefficient de fluage infini (voir note)	$\phi := 2$	
α	Rapport entre moment du 1er ordre quasi-permanent aux ELS et le moment du 1er ordre total aux ELU α = M0Eqp / M0Ed	$\alpha := 0$	

soit le fluage efficace $\phi ef := \alpha \cdot \phi$ $\phi ef = 0$

1.2 Données efforts

e1= moment ultime / normal ultime

à modifier

e_1	(m)	Excentricité $e_1 = e + e_a$	$e_1 := 0.15 \cdot m$	
N_{ue}	(kN)	Effort normal ultime appliqué au poteau	$N_{ue} := 4000 \cdot kN$	$N_{ue} = 4\,MN$

1.3 Données géométriques

l	(m)	Hauteur du poteau (utilisée pour le calcul de l_f)	
l_f	(m)	Longueur de flambement	$l_f := 15 \cdot m$

$MEd := N_{ue} \cdot e_1$ $MEd = 0.6\,MN \cdot m$

$Mqp := \alpha \cdot MEd$ $Mqp = 0\,MN \cdot m$

Analyse du logiciel TIGEEC2

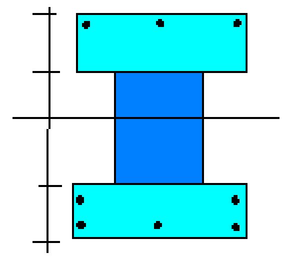
1.3.1 Section polygonale

tranches de béton

n_{tra} Nombre de tranches $n_{tra} := 1$

b_i (m) Largeur des tranches $b_0 := .5 \cdot m$

e_i (m) Hauteur des tranches $e_0 := .70 \cdot m$



$b := \begin{pmatrix} .50 \\ .20 \\ .50 \end{pmatrix}$ $e := \begin{pmatrix} .20 \\ .60 \\ .20 \end{pmatrix}$

nappes d'armature

n_{aci} Nombre de nappes $n_{aci} := 2$

A_i (cm^2) Sections d'armatures par nappe / haut $A := \begin{pmatrix} 32 \\ 32 \end{pmatrix} \cdot cm^2$

z_i (m) Distance plan de la nappe au parement supérieur $z := \begin{pmatrix} 0.05 \\ 0.65 \end{pmatrix} \cdot m$

1.3.2 Section carrée avec flambement selon la diagonale

section béton

a (m) Coté du carré $a := 0.3 \cdot m$

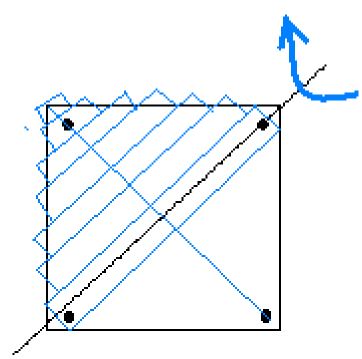
On en déduit la répartition du béton par découpage en 20 tranches équidistantes parallèles à la deuxième diagonale :

n_{tra} Nombre de tranches

$n_{tra} := 20$ $ib := 0 .. n_{tra} - 1$

e_i (m) Hauteur des tranches constante

$e_{ib} := \frac{a \cdot \sqrt{2}}{n_{tra}}$ $e_0 = $



b_i (m) Largeur des tranches (à la demi-épaisseur)

$b_{ib} := \mathrm{si}\left[ib < \frac{n_{tra}}{2}, (2 \cdot ib + 1) \cdot e_{ib}, \left(2 \cdot n_{tra} - 2 \cdot ib - 1\right) \cdot e_{ib} \right]$ $b^T = $

$ay := .30$ $\frac{ay \cdot \sqrt{2}}{20} = 0.021$

nappes d'armature

Elles sont décrites nappe par nappe parallèles à la deuxième diagonale

n_{aci} Nombre de nappes

A_i (cm^2) Sections d'armatures par nappe $n_{aci} := 3$ $A := \begin{pmatrix} 3.14 \\ 6.28 \\ 3.14 \end{pmatrix} \cdot cm^2$ $z := \begin{pmatrix} 0.04 \\ 0.21 \\ 0.38 \end{pmatrix} \cdot m$

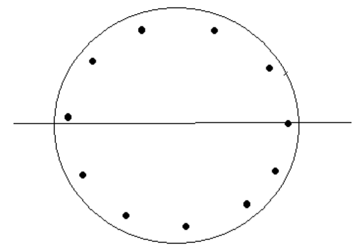
z_i (m) Distance plan de la nappe au parement supérieur

1.3.3 Section circulaire

section béton

ϕ_1 (m) Diamètre du cercle $\phi_1 := 0.4 \cdot m$

On en déduit la répartition du béton par découpage en 20 tranches équidistantes



n_{tra} Nombre de tranches

$n_{tra} := 20$ $ib := 0 .. n_{tra} - 1$

e_i (m) Hauteur des tranches constante

$e_{ib} := \frac{\phi_1}{n_{tra}}$ $e_0 =$

b_i (m) Largeur des tranches : intersection avec le cercle prise à la demi-épaisseur

longueur de l'intersection avec une droite située à une distance y de la circonférence

$$fTrancheCercle(\phi, y) := si\left[(y > 0 \cdot m) \cdot (y < \phi), 2 \cdot \sqrt{y \cdot (\phi - y)}, 0 \cdot m\right]$$

$$b_{ib} := fTrancheCercle\left[\phi_1, (2 \cdot ib + 1) \cdot \frac{e_{ib}}{2}\right] \qquad b^T =$$

nappes d'armature

A_1 (cm^2) Section totale des armatures $A_1 := 39.28 \cdot cm^2$

c (m) Enrobage $c := 0.05 \cdot m$

Les armatures sont arbitrairement réparties en 8 parties disposées symétriquement autour de l'axe de flambement, ce qui conduit à la description de 5 nappes.

n_{aci} Nombre de nappes

$n_{aci} := 5$ $ia := 0 .. n_{aci} - 1$

A_i (cm^2) Sections d'armatures par nappe

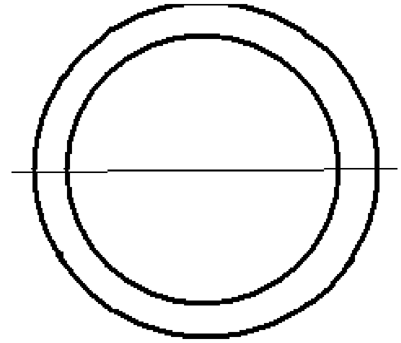
$$A_{ia} := si\left[(ia > 0) \cdot (ia < n_{aci} - 1), 1, 0.5\right] \cdot \frac{A_1}{n_{aci} - 1} \qquad A^T = \ cm^2$$

z_i (m) Distance plan de la nappe au parement supérieur

$$z_{ia} := \frac{\phi_1}{2} - \left(\frac{\phi_1}{2} - c\right) \cdot \cos\left(\pi \cdot \frac{ia}{n_{aci} - 1}\right) \qquad z^T =$$

$0.15 \cdot \phi_1 + 0.7 \cdot c =$ $0.85 \cdot \phi_1 - 0.7 \cdot c =$

1.3.4 Section annulaire



section béton

ϕ_1 (m) Diamètre extérieur $\phi_1 := 3.0 \cdot m$

ϕ_2 (m) Diamètre intérieur $\phi_2 := 2.6 \cdot m$

On en déduit la répartition du béton par découpage en 20 tranches équidistantes

n_{tra} Nombre de tranches

$n_{tra} := 20$ $\quad ib := 0 .. n_{tra} - 1$

e_i (m) Hauteur des tranches constante

$$e_{ib} := \frac{\phi_1}{n_{tra}} \qquad e_0 = \blacksquare$$

b_i (m) Largeur des tranches : diiférence avec les intersections avec les cercles extérieur et intérieur prises à la demi-épaisseur

$$b_{ib} := fTrancheCercle\left[\phi_1, (2 \cdot ib + 1) \cdot \frac{e_{ib}}{2}\right] - fTrancheCercle\left[\phi_2, (2 \cdot ib + 1) \cdot \frac{e_{ib}}{2} - \frac{\phi_1 - \phi_2}{2}\right]$$

$$b^T = \blacksquare$$

nappes d'armature

A_1 $\left(cm^2\right)$ Section totale des armatures $A_1 := 176 \cdot cm^2$

c (m) Enrobage $c := 0.10 \cdot m$

Les armatures sont arbitrairement réparties en 8 parties disposées symétriquement autour de l'axe de flambement, ce qui conduit à la description de 5 nappes.

n_{aci} Nombre de nappes

$n_{aci} := 5$ $\quad ia := 0 .. n_{aci} - 1$

A_i $\left(cm^2\right)$ Sections d'armatures par nappe

$$A_{ia} := si\left[(ia > 0) \cdot \left(ia < n_{aci} - 1\right), 1, 0.5\right] \cdot \frac{A_1}{n_{aci} - 1} \qquad A^T = \blacksquare\, cm^2$$

z_i (m) Distance plan de la nappe au parement supérieur

$$z_{ia} := \frac{\phi_1}{2} - \left(\frac{\phi_1}{2} - c\right) \cdot \cos\left(\pi \cdot \frac{ia}{n_{aci} - 1}\right) \qquad z^T = \blacksquare$$

2. Calculs EC2

2.1 Calculs divers

résistance de calcul du béton $f_{cd} := \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$ $f_{cd} = 20\,MPa$

$fcm := f_{ck} + 8 \cdot MPa$ $fcm = 38\,MPa$

module beton $Ecm := 22000 \cdot \left(\frac{fcm}{10 \cdot MPa}\right)^{0.3} \cdot MPa$ $Ecm = 32836.568\,MPa$

correction fluage non linéaire

$$\varepsilon c1 := \min\left[\left[\,0.0007 \cdot \left(\frac{fcm}{MPa}\right)^{0.31} \quad 0.0028\,\right]\right]$$

$$\varepsilon cu1 := \begin{cases} 0.0028 + 0.027 \cdot \left(\frac{98 \cdot MPa - fcm}{100 \cdot MPa}\right)^4 & \text{if } f_{ck} \geq 50 \cdot MPa \\ 0.0035 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$\varepsilon c1 = 0.00216$ $\varepsilon cu1 = 0.0035$

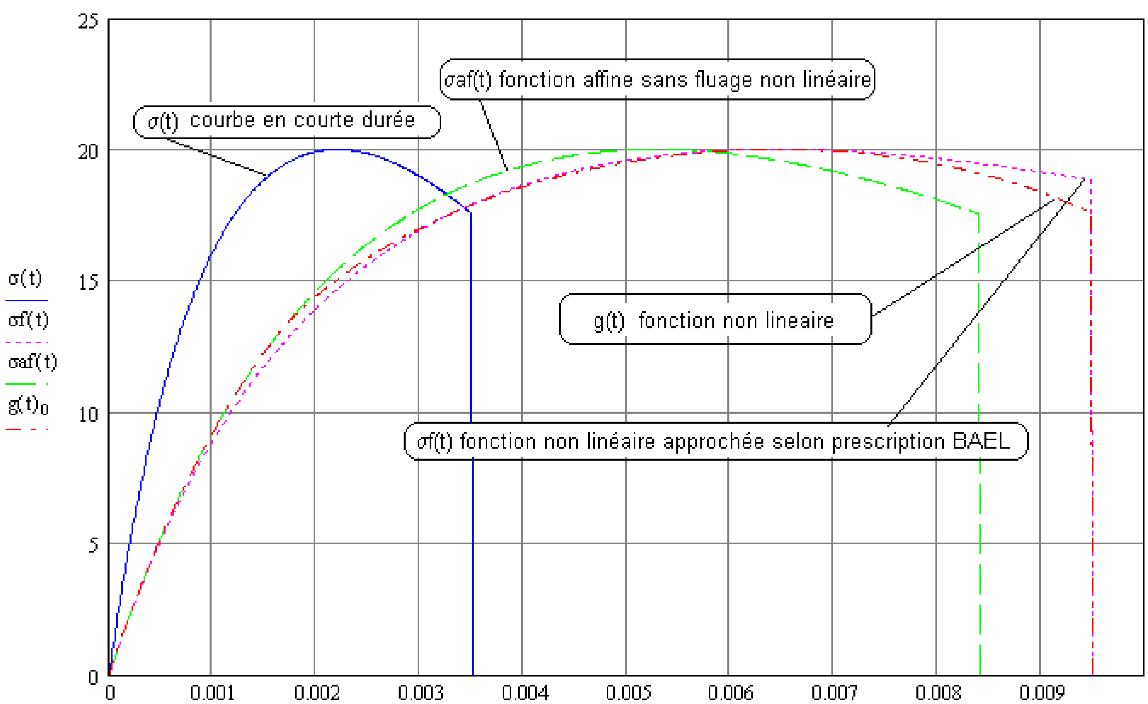
la courbe contrainte déformation doit prendre en compte l'effet fluage non linéaire des que la contrainte σ dépasse 0,45.fck.
première approche: on calcule pour un raccourcissement qui tient compte de l'affinité $(1+\alpha\phi)$ donné et on calcule la contrainte sur un racourcissement $\varepsilon' = \varepsilon/(1+\alpha\phi)$.

deuxième approche: c'est celle du BAEL on conserve la courbe définie pour une courte durée, et on remplace les raccourcissements εc1 et εcu1 par leurs valeurs "affines" x $(1+\alpha\phi)$. l'erreur est trés faible sur la véritable courbe affine.

$k := 1.05 \cdot \frac{Ecm}{1.2} \cdot \frac{\varepsilon c1}{f_{cd}}$ $k = 3.106$

$$\sigma(\varepsilon) := \begin{cases} \left[f_{cd} \cdot \frac{\left[k \cdot \frac{\varepsilon}{\varepsilon c1} - \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon c1}\right)^2 \right]}{1 + (k-2) \cdot \frac{\varepsilon}{\varepsilon c1}} \right] & \text{if } \varepsilon \leq \varepsilon cu1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$f_{cd} = 20\,MPa$



$\sigma(\varepsilon c1) = 20\,MPa$

$(\varepsilon cu1) = 17.254\,MPa$

Analyse du logiciel TIGEEC2

si la contrainte dépasse 0,45.fck le fluage est donné par

avec le fluage défini par $\phi ef = 0$

$$\phi efk(\varepsilon) := \begin{cases} \left[\phi ef \cdot \exp\left[1.5\cdot\left(\dfrac{\sigma(\varepsilon)}{f_{ck}} - 0.45\right)\right]\right] & \text{if } \sigma(\varepsilon) \geq 0.45\cdot f_{ck} \\ \phi ef & \text{otherwise} \end{cases}$$

$\sigma(\varepsilon c1) = 20\,\text{MPa}$ $\quad 0.45\cdot f_{ck} = 13.5\,\text{MPa}$ $\quad \varepsilon c1 = 0.002$ $\quad \phi efk(\varepsilon c1) = 0$ $\quad \phi efk(\varepsilon c1) + 1 = 1$

$\phi efk(\varepsilon cu1) = 0$ $\quad \phi efk(\varepsilon cu1) + 1 = 1$

$\varepsilon cu1f := \varepsilon cu1\cdot(\phi efk(\varepsilon cu1) + 1)$ $\quad \varepsilon cu1f = 0.0035$ $\quad \varepsilon c1f := \varepsilon c1\cdot(\phi efk(\varepsilon c1) + 1)$ $\quad \varepsilon c1f = 0.0022$

définition de la surface $\quad AB := \sum_{i=0}^{n_{tra}-1} e_i\cdot b_i$ $\quad AB = 0.35\,m^2$ $\quad e_0 = 0.7\,m$ $\quad b_0 = 0.5\,m$

attention la pente de la courbe doit être corrigée par 1+α.ϕ pour un fluage défini pour un raccourcissement ==> 0

coefficient k du béton $\quad kbeton := 1.05\cdot\dfrac{Ecm}{1.2\cdot(\phi efk(0) + 1)}\cdot\dfrac{|\varepsilon c1f|}{f_{cd}}$ $\quad kbeton = 3.106$ $\quad \phi efk(0) + 1 = 1$

$$\sigma f(\varepsilon) := \begin{cases} \left[f_{cd}\cdot\dfrac{\left[kbeton\cdot\dfrac{\varepsilon}{\varepsilon c1f} - \left(\dfrac{\varepsilon}{\varepsilon c1f}\right)^2\right]}{1 + (kbeton - 2)\cdot\dfrac{\varepsilon}{\varepsilon c1f}}\right] & \text{if } \varepsilon \leq \varepsilon cu1f \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\int \frac{ax - (x)^2}{1 + (a-2)\cdot x}\,dx = \frac{-1}{2\cdot(a-2)^2}\cdot a\cdot x^2 + \frac{1}{(a-2)^2}\cdot x^2 + \frac{1}{(a-2)^2}\cdot x + \frac{1}{(a-2)^3}\cdot \ln(1 + x\cdot a - 2\cdot x)\cdot ax\cdot a^2 - \frac{4}{(a-2)^3}\cdot \ln(1 + x\cdot a - 2\cdot x)\cdot ax\cdot a$$
$$+ \frac{4}{(a-2)^3}\cdot \ln(1 + x\cdot a - 2\cdot x)\cdot ax - \frac{1}{(a-2)^3}\cdot \ln(1 + x\cdot a - 2\cdot x)$$

Analyse du logiciel TIGEEC2

résistance de calcul des aciers $f_{yd} := \frac{f_{yk}}{\gamma_s}$ $f_{yd} = 434.783\,\mathrm{MPa}$

Module d'élasticité de l'acier $E := 200000 \cdot \mathrm{MPa}$

$$\varepsilon uk := \begin{array}{|l} 0.025 \ \text{ if } \ classeacier = \text{"A"} \\ 0.050 \ \text{ if } \ classeacier = \text{"B"} \\ 0.075 \ \text{ otherwise} \end{array}$$

valeur caractéristique de la déformation relative des aciers sous charges maximales $\varepsilon uk = 0.05$

$$kacier := \begin{array}{|l} 1.05 \ \text{ if } \ classeacier = \text{"A"} \\ 1.08 \ \text{ if } \ classeacier = \text{"B"} \\ 1.15 \ \text{ otherwise} \end{array}$$

coefficient k de l'acier $kacier = 1.08$

$\varepsilon ud := 0.9 \cdot \varepsilon uk$ allongement de calcul des aciers εud : $\varepsilon ud = 0.045$

definition de la section

$ia := 0 .. n_{aci} - 1$ Indices nappes d'armatures

$ib := 0 .. n_{tra} - 1$ Indices tranches de béton

$h := \sum_{ib} e_{ib}$ Hauteur de la section

$S_{ib} := e_{ib} \cdot b_{ib}$ Section des tranches de béton

$y_{ib} := \left(\sum_{j=0}^{ib} e_j\right) - \frac{e_{ib}}{2}$ Centre de gravité des tranches

$y_G := \frac{\sum_{ib} \left(y_{ib} \cdot S_{ib}\right)}{\sum_{ib} S_{ib}}$ Centre de gravité de la section béton $y_G = 0.35\,\mathrm{m}$

$IA := \sum_{ia} A_{ia} \cdot 15 \cdot \left(y_G - z_{ia}\right)^2$ $IA = 0.009\,\mathrm{m}^4$ inertie due aux aciers

$ib := 0 .. n_{tra} - 1$ inertie du beton

$$IG := \left[\sum_{ib} \left[\frac{\left(e_{ib} \cdot e_{ib} \cdot e_{ib} \cdot b_{ib}\right)}{12} + IA + S_{ib} \cdot \left(y_G - y_{ib}\right)^2 \right] \right]$$ **ogicie'**

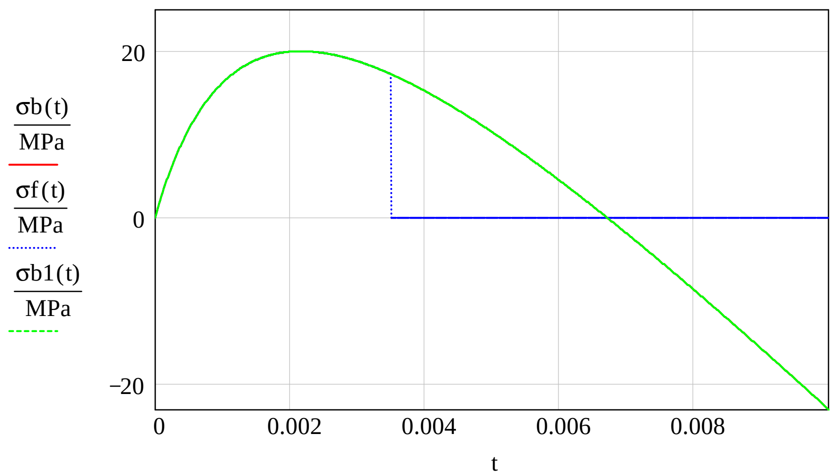
$IG = 0.023\,m^4$ $\qquad y_0 = 0.35\,m$

2.2 Fonctions utilisées

loi contrainte - déformation du béton : σb(x) $\qquad kbeton = 3.106 \qquad \varepsilon c1f = 0.002$

$$\sigma b(x) := \left| \begin{array}{l} Ecd \leftarrow \dfrac{Ecm}{1.2} \\ eta \leftarrow \dfrac{x}{\varepsilon c1f} \\ f_{cd} \cdot \dfrac{kbeton \cdot eta - eta^2}{1 + (kbeton - 2) \cdot eta} \end{array} \right.$$

$\sigma b(0.002) = 19.945\,MPa$



Efforts repris par une tranche de béton

$$fcn(\gamma, r) := \frac{-1}{2 \cdot r \cdot \varepsilon c1f \cdot (kbeton - 2)} \cdot \gamma^2 + \frac{1}{kbeton - 2} \cdot \left(kbeton + \frac{1}{kbeton - 2}\right) \cdot \gamma \ldots \\ + \frac{-r \cdot \varepsilon c1f}{(kbeton - 2)^2} \cdot \left(kbeton + \frac{1}{kbeton - 2}\right) \cdot \ln\left(1 + \frac{kbeton - 2}{r \cdot \varepsilon c1f} \cdot \gamma\right)$$

$$fcm(\gamma, r) := \frac{-1}{3 \cdot (kbeton - 2) \cdot r \cdot \varepsilon c1f} \cdot \gamma^3 + \frac{1}{2 \cdot (kbeton - 2)} \cdot \left(kbeton + \frac{1}{kbeton - 2}\right) \cdot \gamma^2 - \frac{r \cdot \varepsilon c1f}{(kbeton - 2)^2} \cdot \left(kbeton + \frac{1}{kbeton - 2}\right) \cdot \gamma \ldots \\ + \frac{r^2 \cdot \varepsilon c1f^2}{(kbeton - 2)^3} \cdot \left(kbeton + \frac{1}{kbeton - 2}\right) \cdot \ln\left(1 + \frac{kbeton - 2}{r \cdot \varepsilon c1f} \cdot \gamma\right)$$

$$fN_{ib}(r, b, \gamma, epa1, epa2) := \left| \begin{array}{l} yt \leftarrow \max((\gamma - h \quad 0)) \\ Nu \leftarrow 0 \cdot kN \ \text{ if } \ \gamma - epa1 < 0 \\ \text{otherwise} \\ \quad \left| \begin{array}{l} h1 \leftarrow \gamma - epa1 \\ h2 \leftarrow h1 - epa2 \\ Nu \leftarrow b \cdot f_{cd} \cdot (fcn(h1, r) - fcn(yt, r)) \ \text{ if } \ yt > h2 \\ Nu \leftarrow b \cdot f_{cd} \cdot (fcn(h1, r) - fcn(h2, r)) \ \text{ otherwise} \end{array} \right. \end{array} \right.$$

$$fM_{ib}(r,b,\gamma,epa1,epa2) := \left| \begin{array}{l} yt \leftarrow \max((\gamma - h \quad 0)) \\ Mu \leftarrow 0\cdot kN\cdot m \quad \text{if } \gamma - epa1 < 0 \\ \text{otherwise} \\ \quad \left| \begin{array}{l} h1 \leftarrow \gamma - epa1 \\ h2 \leftarrow h1 - epa2 \\ Mu \leftarrow b\cdot f_{cd}\cdot(fcm(h1,r) - fcm(yt,r)) \quad \text{if } yt > h2 \\ Mu \leftarrow b\cdot f_{cd}\cdot(fcm(h1,r) - fcm(h2,r)) \quad \text{otherwise} \end{array} \right. \end{array} \right.$$

Efforts repris par une armature $E = 200000\,MPa$ $Ecm = 32836.568\,MPa$ $N_{ue} = 4000\,kN$ $f_{ck} = 30\,MPa$

valeurs de départ $t := z_1$ $t = 0.65\,m$ $Ecd := \frac{Ecm}{1.2}$ $Ecd = 27363.807\,MPa$ $AB = 0.35\,m^2$

$h = 0.7\,m$

$f\varepsilon_s(\varepsilon_1,r,z) := \varepsilon_1 - \frac{z}{r}$ $n := \frac{E}{Ecm}\cdot(1 + \phi ef)$ $n = 6.091$

$fctm := 0.3\cdot\left(\frac{f_{ck}}{MPa}\right)^{\frac{2}{3}}\cdot MPa$ $fctm = 2.896\,MPa$

prise en compte du béton tendu $\sigma c := \frac{N_{ue}}{AB}$ $\sigma c = 11.429\,MPa$

β =1 si action de courte durée et 0,5 si longue durée $\beta := -0.5\cdot\alpha + 1$ $\beta = 1$

calcul du moment de fissuration calcul de la contrainte acier correspondante en section non fissurée

$Mr := (\sigma c + fctm)\cdot\frac{IG}{(h - y_G)}$ $Mr = 938.563\,kN\cdot m$ $\sigma srnf(t) := -\left[n\cdot\left[\sigma c - Mr\cdot\frac{(t - y_G)}{IG}\right]\right]$ $\sigma srnf(t) = 5.177\,MPa$

$cc := -1\cdot\left(\frac{Mr}{N_{ue}} - y_G\right)$ $cc = 0.115\,m$ $d := z_{n_{aci}-1}$ $n = 6.091$

$$p := \left| \begin{array}{l} \left[-3\cdot cc^2 - 6\cdot n\cdot\frac{A_0}{b_0}\cdot(cc - z_0) + 6\cdot n\cdot\frac{A_{n_{aci}-1}}{b_0}\cdot(d - cc)\right] \quad \text{if } n_{tra} = 1 \\ -3\cdot\frac{b_{n_{tra}-1}}{b_0}\cdot cc^2 + 3\cdot\left(\frac{b_{n_{tra}-1}}{b_0} - 1\right)\cdot(cc - e_0)^2 - 6\cdot n\cdot\frac{A_0}{b_0}\cdot(cc - z_0) + 6\cdot n\cdot\left[\frac{A_{n_{aci}-1}}{b_0}\cdot(d - cc)\right] \end{array} \right.$$

$p = 0.07\,m^2$

$$q := \left| \begin{array}{l} \left[-2\cdot cc^3 - 6\cdot n\cdot\frac{A_0}{b_0}\cdot(cc - z_0)^2 - 6\cdot n\cdot\frac{A_{n_{aci}-1}}{b_0}\cdot(d - cc)^2\right] \quad \text{if } n_{tra} = 1 \\ -2\cdot\frac{b_{n_{tra}-1}}{b_0}\cdot cc^3 + 2\cdot\left(\frac{b_{n_{tra}-1}}{b_0} - 1\right)\cdot(cc - e_0)^3 - 6\cdot n\cdot\frac{A_0}{b_0}\cdot(cc - z_0)^2 - 6\cdot n\cdot\left[\frac{A_{n_{aci}-1}}{b_0}\cdot(d - cc)^2\right] \end{array} \right.$$

$q = -0.071\,m^3$

$k(y2) := y2^3 + \frac{p}{m^2}\cdot y2 + \frac{q}{m^3}$ $y2 := 0.26$ $racine(k(y2),y2) = 0.351$

$ycc := racine(k(y2),y2)\cdot m$ $y1c := ycc + cc$ $y1c = 0.466\,m$ $ycc = 0.351\,m$ $y1c = 0.466\,m$

$$I1 := \left\| \begin{array}{l} \left[\frac{b_0}{3}\cdot y1c^3 + n\cdot A_0\cdot\left(y1c - z_0\right)^2 + n\cdot A_{n_{aci}-1}\cdot(d - y1c)^2\right] \text{ if } n_{tra} = 1 \vee y1c < e_0 \\ \left[\frac{b_{n_{tra}-1}}{3}\cdot y1c^3 - \left[\left(b_0 - b_{n_{tra}-1}\right)\cdot\left(y1c - e_0\right)^3\right]\right] + n\cdot\left[A_{n_{aci}-1}\cdot(d - y1c)^2\right] + n\cdot A_0\cdot\left(y1c - z_0\right)^2 \end{array}\right.$$

$Mr = 0.939\,m\,MN$

$d = 0.65\,m$

$Kp := N_{ue}\cdot\frac{ycc}{I1}$ $\quad Kp = 67.103\,m^{-1}\,MPa$ $\quad I1 = 0.0209050637\,m^4$

$\sigma sr := n\cdot Kp\cdot(d - y1c)$ $\quad \sigma sr = 75.179\,MPa$

appliction de l'article 7.4.3 εsm= (1-β.(σsr/σs)²)σs/E + β.(σsr/σs)².εs non fissurée

si on pose εsmr' = (σsr/Eb).β εsm=(1-β.(σsr/σs)²)σs/E + εsmr'

allongement des aciers correspondants $\varepsilon smr(t,\beta) := \frac{\beta\cdot\sigma srnf(t)}{n\cdot Ecd}$ $\quad \varepsilon smr(t,\beta) = 0.000031$

évaluation de la contrainte σsr par $\frac{fctm}{\rho eff}\cdot(1 + \alpha e\cdot\rho eff)$ σsr section fissurée: formules tirées du background ch7

$hef := 2.5\cdot\left(h - z_{n_{aci}-1}\right)$ $\quad \rho eff := \frac{A_{n_{tra}-1}}{hef\cdot b_0}$ $\quad \alpha e := \frac{E}{Ecm}$ $\quad ar := \frac{fctm}{\rho eff}\cdot(1 + \alpha e\cdot\rho eff)$

$b_0 = 0.5\,m$

$\rho eff = 0.051$ $\quad hef = 0.125\,m$

$\alpha e = 6.091$ $\quad ar = 74.213\,MPa$

Attention : on peut aussi introduire ici la contrainte des aciers correspondant au moment de fissuration Mr en section fissurée par calcul exterieur en flexion composée. ici σsr= contrainte forfaitaire du background..

$N_{ue} = 4000\,kN$

$Mr = 938.563\,kN\cdot m$

$\sigma sr(t) := ar$

$$\varepsilon sp(t,\beta) := \frac{f_{yd}}{E} - \beta\cdot\left(\frac{\sigma sr(t)}{E} - \varepsilon smr(t,\beta)\right)\cdot\frac{\sigma sr(t)}{f_{yd}}$$

$\varepsilon sp(t,\beta) = 0.002$

$$\sigma(x,t,\beta) := 0.5\left[E\cdot(x) + \left[[E\cdot(x)]^2 + 4\cdot\beta\cdot(\sigma sr(t))\cdot(\sigma sr(t) - E\cdot\varepsilon smr(t,\beta))\right]^{0.5}\right]$$

$\beta1 := 0.5$ pour tracer la courbe longue durée

$\varepsilon smr(t,\beta) = 0.00003106$ $\quad \sigma sr(t) = 74.213\,MPa$

$$\varepsilon smld(t,\beta1) := \varepsilon smr(t,\beta1) + \frac{\sigma sr(t)}{E}\cdot\left[1 - \beta1\cdot\left(\frac{\sigma sr(t)}{\sigma sr(t)}\right)^2\right]$$

$$\varepsilon sp1(t,\beta1) := \varepsilon smr(t,\beta1) + \frac{f_{yd}}{E}\cdot\left[1 - \beta1\cdot\left(\frac{\sigma sr(t)}{f_{yd}}\right)^2\right]$$

courbe générale

IGEEC2

$$f\sigma_s(\varepsilon_s,t) := \begin{array}{|l} \dfrac{\sigma sr(t)}{\varepsilon smr(t,\beta)}\cdot\varepsilon_s \ \text{ if } \ 0 \le \varepsilon_s \le \varepsilon smr(t,\beta) \\ \text{otherwise} \\ \quad \begin{array}{|l} f_{yd} + \dfrac{f_{yk}\cdot(kacier-1)}{\varepsilon uk - \dfrac{f_{yk}}{E}}\cdot\left(\varepsilon_s - \dfrac{f_{yd}}{E}\right) \ \text{ if } \ \varepsilon_s \ge \varepsilon sp(t,\beta) \\ \sigma(\varepsilon_s,t,\beta) \ \text{ if } \ (\beta \le 1) \wedge (\varepsilon smld(t,\beta) < \varepsilon_s < \varepsilon sp(t,\beta)) \\ \sigma sr(t) \ \text{ if } \ (\beta \le 1) \wedge (\varepsilon smr(t,\beta) < \varepsilon_s < \varepsilon smld(t,\beta)) \\ E\cdot\varepsilon_s \ \text{ if } \ -\dfrac{f_{yd}}{E} < \varepsilon_s \le 0 \\ -\left[f_{yd} + \dfrac{f_{yk}\cdot(kacier-1)}{\varepsilon uk - \dfrac{f_{yk}}{E}}\cdot\left(|\varepsilon_s| - \dfrac{f_{yd}}{E}\right)\right] \ \text{ if } \ \varepsilon_s < -\dfrac{f_{yd}}{E} \end{array} \end{array}$$

$\sigma c = 11.429\,MPa$

$\varepsilon smld(t,\beta 1) = 0.0002011$

$\varepsilon smld(t,\beta) = 0.00003106$

$\beta 1 = 0.5$ courbe longue durée

$$f1\sigma_s(\varepsilon_s,t) := \begin{array}{|l} \dfrac{\sigma sr(t)}{\varepsilon smr(t,\beta 1)}\cdot\varepsilon_s \ \text{ if } \ 0 \le \varepsilon_s \le \varepsilon smr(t,\beta 1) \\ \text{otherwise} \\ \quad \begin{array}{|l} f_{yd} + \dfrac{f_{yk}\cdot(kacier-1)}{\varepsilon uk - \dfrac{f_{yk}}{E}}\cdot\left(\varepsilon_s - \dfrac{f_{yd}}{E}\right) \ \text{ if } \ \varepsilon_s \ge \varepsilon sp1(t,\beta 1) \\ \sigma(\varepsilon_s,t,\beta 1) \ \text{ if } \ (\beta 1 = 0.5) \wedge (\varepsilon smld(t,\beta 1) < \varepsilon_s < \varepsilon sp1(t,\beta 1)) \\ \sigma sr(t) \ \text{ if } \ (\beta 1 = 0.5) \wedge (\varepsilon smr(t,\beta 1) < \varepsilon_s < \varepsilon smld(t,\beta 1)) \end{array} \end{array}$$

$\varepsilon smr(t,\beta) = 0.000031$

$\sigma(\varepsilon smr(t,\beta 1),t,\beta 1) = 52.943\,MPa$

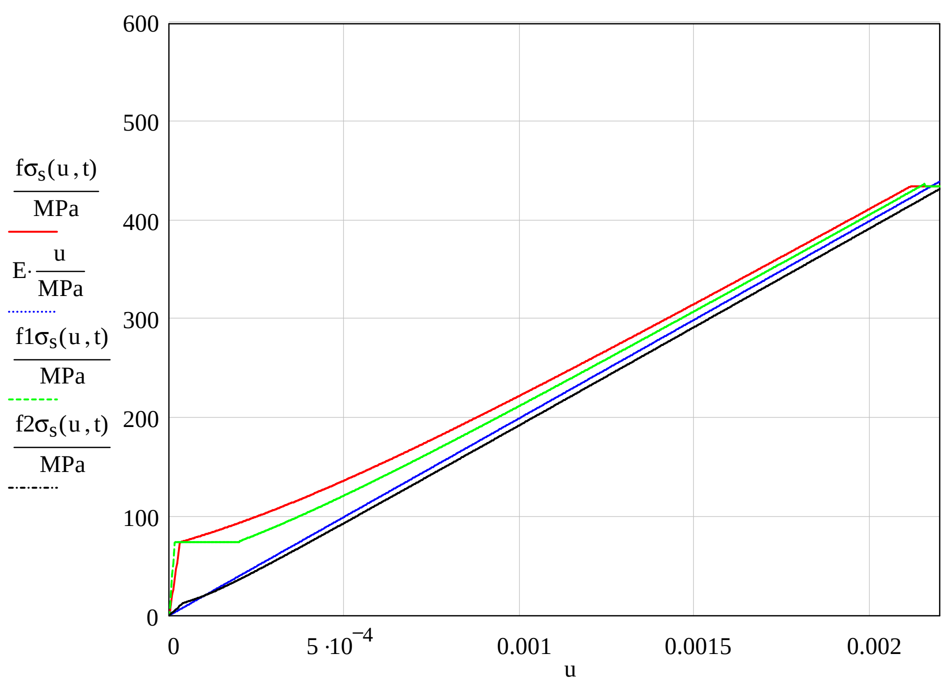
$\sigma(0.000031,t,\beta) = 74.207\,MPa$

$\sigma\left(\dfrac{435}{200000},t,\beta\right) = 446.307\,MPa$

$\varepsilon smr(t,\beta) = 0.000031$

$y_G = 0.35\,m$ $\quad \sigma c = 11.429\,MPa$ $\quad fctm = 2.896\,MPa$ $\quad$ pente de la courbe à l'origine $\quad \dfrac{\sigma sr(t)}{\varepsilon smr(t,\beta)} = 2.389\times 10^{6}\,MPa$

courbe noire f2σs =ENV



N M dus aux aciers

$$fN_{ia}(\varepsilon_1, r, A, z) := A \cdot f\sigma_s(f\varepsilon_s(\varepsilon_1, r, z), z)$$

$$fM_{ia}(\varepsilon_1, r, A, z) := fN_{ia}(\varepsilon_1, r, A, z) \cdot (y_G - z)$$

$h = 0.7\,m \quad IG = 0.023\,m^4$

Efforts repris par la section complète

$Mr = 938.563\,kN \cdot m$

$$fN_b(\varepsilon_1, r) := \sum_{ib} fN_{ib}\left(r, b_{ib}, r \cdot \varepsilon_1, y_{ib} - \frac{e_{ib}}{2}, y_{ib} + \frac{e_{ib}}{2}\right)$$

$$fM_b(\varepsilon_1, r) := \sum_{ib} fM_{ib}\left(r, b_{ib}, r \cdot \varepsilon_1, y_{ib} - \frac{e_{ib}}{2}, y_{ib} + \frac{e_{ib}}{2}\right) + (y_G - r \cdot \varepsilon_1) \cdot fN_b(\varepsilon_1, r)$$

$\varepsilon cu1f = 0.004$

$\varepsilon ud = 0.045$

$z_1 = 0.65\,m$

$$fN_a(\varepsilon_1, r) := \sum_{ia} fN_{ia}(\varepsilon_1, r, A_{ia}, z_{ia})$$

$$fM_a(\varepsilon_1, r) := \sum_{ia} fM_{ia}(\varepsilon_1, r, A_{ia}, z_{ia})$$

$$fN(\varepsilon_1, r) := fN_b(\varepsilon_1, r) + fN_a(\varepsilon_1, r)$$

$$fM(\varepsilon_1, r) := fM_b(\varepsilon_1, r) + fM_a(\varepsilon_1, r)$$

Excentricité

$$fexc(r, NN, M) := \frac{M}{NN} - \left(e_1 + \frac{l_f^2}{\pi^2 \cdot r}\right)$$

 $\varepsilon cu1f = 0.004$

$$
fN_u(r) := \left|
\begin{array}{l}
\varepsilon_{b1} \leftarrow \varepsilon cu1f \\
NN \leftarrow fN(\varepsilon_{b1}, r) \\
f_1 \leftarrow fexc(r, NN, fM(\varepsilon_{b1}, r)) \\
N_u \leftarrow 0 \cdot kN \quad \text{if } (f_1 > 0) + (NN < 0) \\
\text{otherwise} \\
\quad \left|
\begin{array}{l}
\text{while TRUE} \\
\quad \left|
\begin{array}{l}
\varepsilon_{b2} \leftarrow 0.5 \cdot \varepsilon_{b1} \\
\text{while TRUE} \\
\quad \left|
\begin{array}{l}
NN \leftarrow fN(\varepsilon_{b2}, r) \\
f_2 \leftarrow fexc(r, NN, fM(\varepsilon_{b2}, r)) \\
\text{break if } NN > 0 \\
\varepsilon_{b2} \leftarrow 0.5 \cdot (\varepsilon_{b1} + \varepsilon_{b2})
\end{array}
\right. \\
\text{break if } f_1 \cdot f_2 < 0 \\
\varepsilon_{b1} \leftarrow \varepsilon_{b2} \\
f_1 \leftarrow f_2
\end{array}
\right. \\
\text{while TRUE} \\
\quad \left|
\begin{array}{l}
\varepsilon_{b3} \leftarrow \varepsilon_{b2} - f_2 \cdot \dfrac{\varepsilon_{b2} - \varepsilon_{b1}}{f_2 - f_1} \\
NN \leftarrow fN(\varepsilon_{b3}, r) \\
f_3 \leftarrow fexc(r, NN, fM(\varepsilon_{b3}, r)) \\
\text{break if } |f_3| < 0.0005 \cdot m \\
\text{if } f_2 \cdot f_3 < 0 \\
\quad \left|
\begin{array}{l}
\varepsilon_{b1} \leftarrow \varepsilon_{b3} \\
f_1 \leftarrow f_3 \\
f_2 \leftarrow 0.5 \cdot f_2
\end{array}
\right. \\
\text{otherwise} \\
\quad \left|
\begin{array}{l}
\varepsilon_{b2} \leftarrow \varepsilon_{b3} \\
f_1 \leftarrow 0.5 \cdot f_1 \\
f_2 \leftarrow f_3
\end{array}
\right.
\end{array}
\right. \\
N_u \leftarrow NN
\end{array}
\right. \\
N_u \quad \text{on error } N_u
\end{array}
\right.
$$

Ecart relatif à la charge appliquée $f\Delta N(r) := \dfrac{fN_u(r) - N_{ue}}{N_{ue}}$ $N_{ue} = 4000\,kN$ $fN_u(300 \cdot m) = 4217.691\,kN$

Analyse du logiciel TIGEEC2

2.3 Calcul de la charge critique

2.3.1 Recherche de la valeur de r fournissant le maximum de la fonction $fN_u(r)$

La recherche est faite dans l'intervalle $(r_1 \quad r_2)$

- première valeur r_2 telle que $fN_u(r_2) \neq 0$ obtenue par doublements successifs

$l_f = 15\,m$

$$r_2 := \left| \begin{array}{l} r \leftarrow 20 \cdot l_f \\ \text{while TRUE} \\ \quad \left| \begin{array}{l} N_u \leftarrow fN_u(r) \\ \text{break if } N_u \neq 0 \\ r \leftarrow 2 \cdot r \end{array} \right. \\ r \quad \text{on error } r \end{array} \right.$$

$r_2 = 300\,m$

$r := r_2$ $\quad fN_u(r_2) = 4217.691\,kN$ $\quad f\Delta N(r_2) = 0.054$

- première valeur r_1 telle que $fN_u(r_1) < fN_u(r_2)$ obtenue par divisions par 2 successives

$$r_1 := \left| \begin{array}{l} r \leftarrow r_2 \\ N_2 \leftarrow fN_u(r) \\ \text{while TRUE} \\ \quad \left| \begin{array}{l} r \leftarrow 0.5 \cdot r \\ N_1 \leftarrow fN_u(r) \\ \text{break if } N_1 < N_2 \\ N_2 \leftarrow N_1 \end{array} \right. \\ r \quad \text{on error } r \end{array} \right.$$

$fN_u(150 \cdot m) = 4149.845\,kN$

$r_1 = 150\,m$

$r := r_1$ $\quad fN_u(r_1) = 4149.845\,kN$ $\quad f\Delta N(r_1) = 0.037$

Analyse du logiciel TIGEEC2

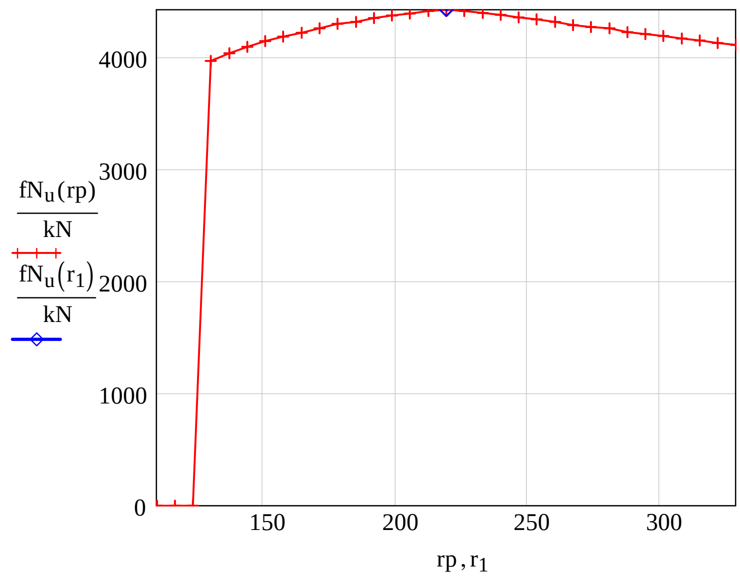
- affinage de l'intervalle $(r_1 \;\; r_2)$ par recherche vers l'avant ($fN_u(r_1) > fN_u(r_2)$) et vers l'arrière ($fN_u(r_1) < fN_u(\varepsilon_b, r_2)$) avec l'incrément r_4.
  r_4 est divisé par 2 à chaque changement de sens.

$$
r_1 := \left|
\begin{array}{l}
r \leftarrow r_1 \\
r_4 \leftarrow r \\
\text{while } \dfrac{r}{r_4} < 100 \\
\quad \left|
\begin{array}{l}
N_1 \leftarrow fN_u(r) \\
r_4 \leftarrow 0.5 \cdot r_4 \\
\text{while TRUE} \\
\quad \left|
\begin{array}{l}
N_2 \leftarrow fN_u(r + r_4) \\
\text{break if } (N_2 - N_1) < 0 \\
N_1 \leftarrow N_2 \\
r \leftarrow r + r_4
\end{array}
\right. \\
r_4 \leftarrow 0.5 \cdot r_4 \\
\text{while TRUE} \\
\quad \left|
\begin{array}{l}
N_2 \leftarrow N_1 \\
r \leftarrow r - r_4 \\
N_1 \leftarrow fN_u(r) \\
\text{break if } (N_2 - N_1) > 0
\end{array}
\right.
\end{array}
\right. \\
r \quad \text{on error } r
\end{array}
\right.
$$

$r_1 = 219.141\,\text{m}$

$np := 32$

$rp := \dfrac{r_1}{2}, \dfrac{r_1}{2} + \dfrac{r_1}{np} .. \dfrac{3 \cdot r_1}{2}$



$r_1 = 219.141\,\text{m}$ $\qquad$ $fN_u(r_1) = 4438.323\,\text{kN}$

2.3.2 Résultats charge critique

rotation en tête

$\omega_u := \dfrac{l_f}{\pi \cdot r_1}$ $\qquad$ $\omega_u = 0.021788$

déplacement en tête

$f_u := \omega_u \cdot \dfrac{l_f}{\pi}$ $\qquad$ $f_u = 0.104\,\text{m}$

charge critique

$N_{uc} := fN_u(r_1)$ $\qquad$ $N_{uc} = 4438.323\,\text{kN}$

$Muc := N_{uc} \cdot f_u$ $\qquad$ $Muc = 461.72\,\text{m} \cdot \text{kN}$

Résultat du test de validation

$\omega_0 := 0.0242522$ $\qquad$ $r_0 := \dfrac{l_f}{\pi \cdot \omega_0}$ $\qquad$ $r_0 = 196.875\,\text{m}$

$r_1 = 219.141\,\text{m}$

$fN_u(r_0) = 4377.048\,\text{kN}$

2.4 Recherche de l'équilibre

effort appliqué $N_{ue} = 4000\,kN$

effort maximum acceptable $N_{uc} = 4438.323\,kN$

$N_{uc} > N_{ue} = 1$

2.4.1 Recherche de la valeur de r telle que $fN_u(r) = N_{ue}$

La recherche est faite dans l'intervalle $(r_1 \;\; r_2)$.

- première valeur r_2 telle que $fN_u(r_2) < N_{ue}$ obtenue par doublements successifs

$$r_2 := \left| \begin{array}{l} r \leftarrow r_1 \\ \text{while TRUE} \\ \quad \left| \begin{array}{l} r \leftarrow 2\cdot r \\ N_2 \leftarrow fN_u(r) \\ \text{break if } (N_2 < N_{ue}) \;\; \text{on error } N_2 \end{array} \right. \\ r \end{array} \right.$$

$438.281\,m$

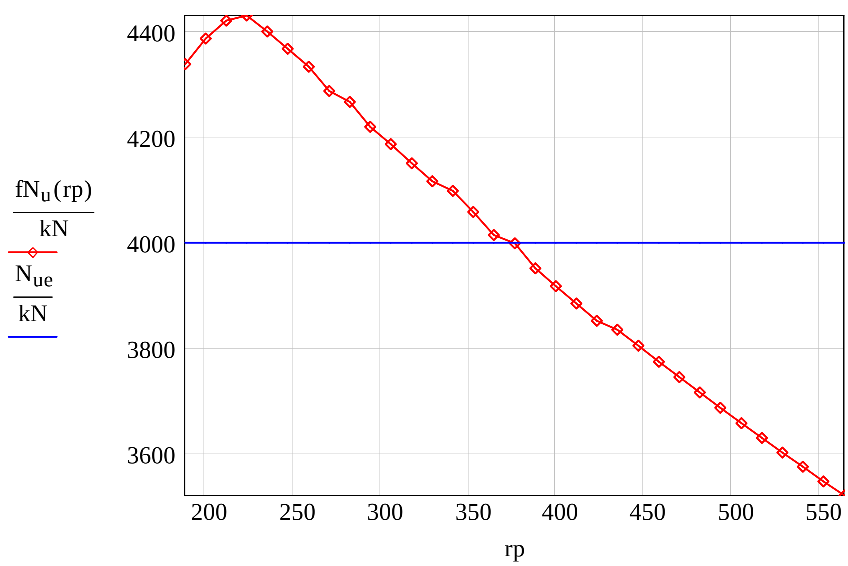
- recherche par dichotomie

$$r_3 := \left| \begin{array}{l} r_1 \leftarrow \dfrac{r_2}{2} \\ \Delta N_1 \leftarrow f\Delta N(r_1) \\ r_2 \leftarrow 2\cdot r_1 \\ \Delta N_2 \leftarrow f\Delta N(r_2) \\ \text{while TRUE} \\ \quad \left| \begin{array}{l} r_3 \leftarrow r_2 - \Delta N_2\cdot\dfrac{r_2 - r_1}{\Delta N_2 - \Delta N_1} \\ \Delta N_3 \leftarrow f\Delta N(r_3) \\ \text{break if } |\Delta N_3| < 0.01 \\ \text{if } \Delta N_2\cdot\Delta N_3 < 0 \\ \quad \left| \begin{array}{l} r_1 \leftarrow r_3 \\ \Delta N_1 \leftarrow \Delta N_3 \\ \Delta N_2 \leftarrow 0.5\cdot\Delta N_2 \end{array} \right. \\ \text{otherwise} \\ \quad \left| \begin{array}{l} r_2 \leftarrow r_3 \\ \Delta N_2 \leftarrow \Delta N_3 \\ \Delta N_1 \leftarrow 0.5\cdot\Delta N_1 \end{array} \right. \end{array} \right. \\ r_3 \;\; \text{on error } r_3 \end{array} \right.$$

$r_3 = 376.303\,m$

$np := 32$

$$rp := \frac{r_3}{2}, \frac{r_3}{2} + \frac{r_3}{np} .. \frac{3\cdot r_3}{2}$$



$r_3 = 376.303\,m \quad fN_u(r_3) = 3998.74\,kN \quad N_{ue} = 4000\,kN$

2.4.2 Résultats recherche d'équilibre

rotation en tête $\phi ef = 0$ déplacement en tête

$\omega_u := \frac{l_f}{\pi \cdot r_3}$ $\omega_u = 0.012688$ $f_u := \omega_u \cdot \frac{l_f}{\pi}$ $f_u = 60.582\,mm$

moment du premier ordre

$M_{u1} := N_{ue} \cdot e_1$ $M_{u1} = 600\,m \cdot kN$

moment du deuxième ordre

$M_{u2} := N_{ue} \cdot f_u$ $M_{u2} = 242.329\,m \cdot kN$

moment total

$M_u := M_{u1} + M_{u2}$ $M_u = 842.329\,m \cdot kN$

éloignement de la charge critique $\lambda := \frac{N_{ue}}{N_{uc}}$ $\lambda = 0.901$